Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новосибирский государственный технический университет»
Кафедра прочности летательных аппаратов

Паспорт контрольной работы

по дисциплине «Теоретическая механика», 3 семестр

1. **Методика оценки**

Контрольная работа проводится по темам первой части программы, включает несколько заданий. Выполняется письменно.

2. **Критерии оценки**

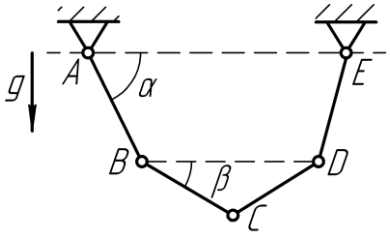
Работа считается **не выполненной,** если задачи не решены, оценка составляет менее 0,25 максимального балла, указанного в БРС.
Работа считается выполненной **на пороговом** уровне, если решены не все задачи, оценка составляет менее 0,5 максимального балла.
Работа считается выполненной **на базовом** уровне, если решены все задачи, имеются отдельные недочеты в решении, нет достаточного теоретического обоснования, оценка составляет менее 0,75 максимального балла.
Работа считается выполненной **на продвинутом** уровне, если все задачи решены, оформление соответствует требованиям, продемонстрировано понимание необходимого теоретического материала, оценка составляет менее 0,75 максимального балла

3. **Шкала оценки**

В общей оценке по дисциплине баллы за контрольную работу учитываются в соответствии с правилами балльно-рейтинговой системы, приведенными в рабочей программе дисциплины.

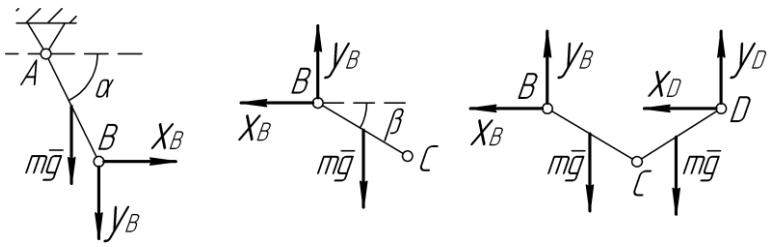
4. **Пример варианта контрольной работы**

Пример решения задач по статике



Четыре одинаковых весомых стержня соединены друг с другом шарнирами B, C, D и удерживаются в вертикальном плоскости шарнирами A и E. Найти зависимость между углами α и β в положении равновесия.

Решение:



Из (3) $\Rightarrow$ $y_B = y_D = mg$; из (1) $\Rightarrow$

$\sum M_A : -1{,}5 \cdot m \cdot g \cdot l \cdot \cos\alpha + x_B \cdot l \cdot \sin\alpha = 0;$

Из (2) $\Rightarrow$ $\sum M_C : x_B \cdot l \cdot \sin\alpha - 0{,}5 \cdot m \cdot g \cdot l \cdot \cos\beta = 0$; Из последних двух равенств получаем ответ $3 \cdot tg\beta = tg\alpha$

Пример решения задачи по кинематике

На рисунке показана схема планетарного механизма, состоящего из неподвижного колеса радиуса R, кривошипа (водила) OA, вращающегося вокруг оси колеса 1, и подвижного колеса 2, шарнирно соединенного с кривошипом OA. При вращении кривошип OA заставляет колесо 2 катиться без скольжения по колесу 1. Определить скорость и ускорение точки *M*.

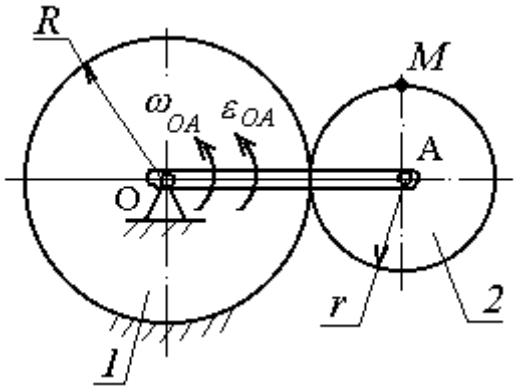
Дано:

$\omega_{OA} = 10 \ \ рад/с,$

$\varepsilon_{OA} = 2 \ \ рад/с^2,$

$R = 0{,}2 \ м,$

$r = 0{,}1 \ м.$



Решение

Точка *M* принадлежит колесу 2. Для определения скорости и ускорения этой точки необходимо найти скорость и ускорение какой-нибудь другой точки, которая в последствии будет принята за полюс колеса 2. В качестве полюса следует принимать такую точку, скорость и ускорение которой либо известно, либо не трудно найти. В донном случае такой точкой является шарнир *A*. Точка А принадлежит одновременно двум звеньям механизма: колесу 2 и кривошипу *OA*.

Определим скорость и ускорение шарнирной точки A. Известны угловая скорость ε_{OA} и ω_{OA}, поэтому скорость $\overline{V}_A$ и ускорение $\overline{a}_A$ определяются по формулам (12)-(14): $V_A = \omega_{OA} \cdot l_{OA} = 10 \cdot 0{,}3 = 3 \ м/с,$

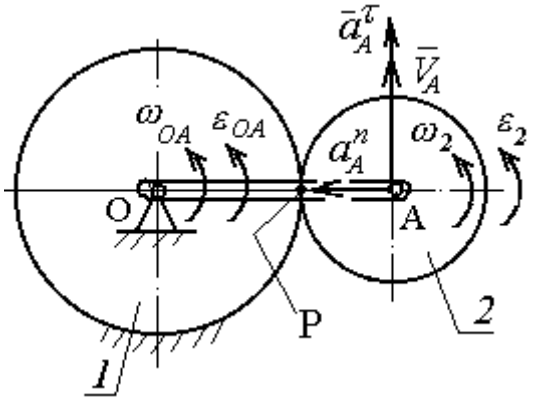
$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot l_{OA} = 10^2 \cdot 0{,}3 = 30 \ м/с^2,$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_{OA}^2 \cdot l_{OA} = 2 \cdot 0{,}3 = 0{,}6 \ м/с^2,$$

где $l_{OA} = R + r = 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}3 \ м.$

Вектор скорости точки A направлен перпендикулярно прямой AO в сторону вращения кривошипа OA, то есть вверх (рисунок 14). Так как

направление ε_{OA} совпадает с направлением ω_{OA}, то тангенциальная составляющая ускорения a_A^τ совпадает с направлением скорости точки A, а нормальное ускорение направлено от точки *A* к оси вращения.



Определим угловую скорость ω_2 колеса 2. Рассуждения при выборе метода решения выполняются в следующей последовательности: закон движения колеса 2 неизвестен, колесо 2 совершает плоское движение и известно положение мгновенного центра скоростей (точка *P* на рис. 14), который находится в точке контакта колес 1 и 2, так как колесо 2 катится без скольжения по неподвижному колесу 1.

$$\omega_2 = \frac{V_A}{l_{AP}} = \frac{V_A}{r} = \frac{3}{0{,}1} = 30 \ рад/с.$$

Определим угловое ускорение ε_2 колеса 2.

Зависимости $\varphi_2(t)$ и $\omega_2(t)$ неизвестны, однако расстояние от точки *A* до мгновенного центра скоростей (точки *P*) постоянно и равно r, следовательно, можно найти производную по времени от угловой скорости ω_2 (тангенциальная составляющая ускорения точки *A* – a_A^τ найдена ранее).

$$\varepsilon_2 = \frac{d\omega_2}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{V_A}{r}\right) = \frac{1}{r}\cdot\frac{dV_A}{dt} = \frac{a_A^\tau}{r} = \frac{0{,}6}{0{,}1} = 6 \ рад/с^2.$$

Определение скорости и ускорение точки M колеса 2.

Рассуждения при выборе метода решения производятся в следующей последовательности: точка принадлежит телу, входящему в состав механизма, однако угловая скорость ω_2 этого тела и его ускорение ε_2

известны (определены ранее), тело совершает плоское движение, причем известны скорость и ускорение точки A (также определена ранее).

Приняв точку A за полюс, согласно (16) и (17) получим

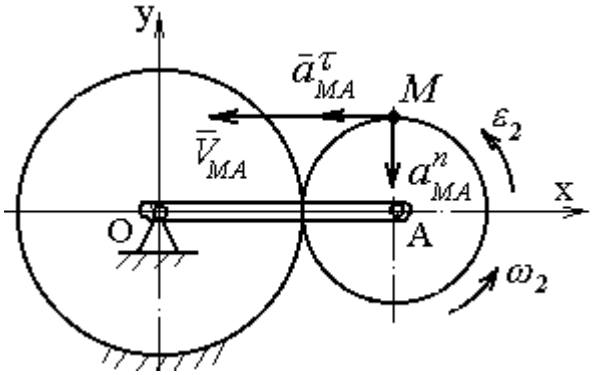
$$\overline{V}_M = \overline{V}_A + \overline{V}_{MA} \qquad (26)$$

где $V_{MA} = \omega_2 \cdot l_{MA} = 30 \cdot 0{,}1 = 3\,м/с.$

Спроектировав (26) на оси Ox и Oy (рисунок 15), получим

$V_{MX} = V_{MA} = 3\,м/с;\ V_{MY} = V_A = 3\,м/с;$

$V_M = \sqrt{V_{MX}^2 + V_{MY}^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 4{,}24\,м/с.$

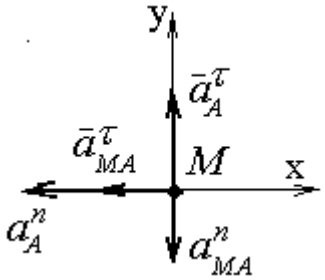


Согласно формул (18) – (29), получим

$$\overline{a}_M = \overline{a}_A + \overline{a}^{\tau}_A + \overline{a}^{n}_{MA} + \overline{a}^{\tau}_{MA}, \qquad (27)$$

где $a^n_{MA} = \omega_2^2 \cdot l_{MA} = 30^2 \cdot 0{,}1 = 90\,м/с^2,$

$a^{\tau}_{MA} = \varepsilon_2 \cdot l_{MA} = 6 \cdot 0{,}1 = 0{,}6\,м/с^2.$

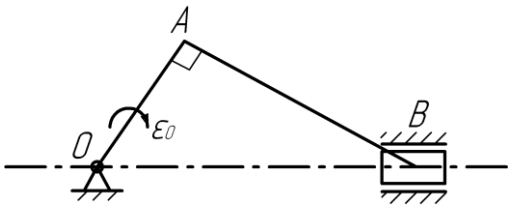


Спроектировав (27) на оси координат, получим:

$a_{MX} = -a^n_A - a^{\tau}_{MA} = -30 - 0{,}6 = -30{,}6\,м/с^2$;

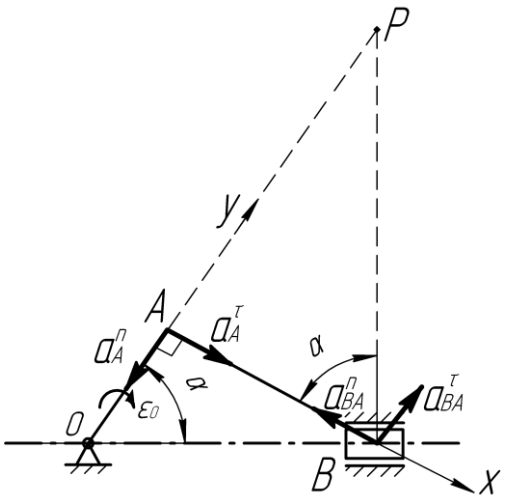
$a_{MY} = a^{\tau}_A - a^n_{MA} = 0{,}6 - 90 = -89{,}4\ м/с^2;$

$a_M = \sqrt{a_{MX}^2 + a_{MY}^2} = \sqrt{(-30{,}6)^2 + (-89{,}4)^2} = 94{,}5\,м/с^2.$



В кривошипно-шатунном механизме $OA = r$, $AB = l$. Кривошип имеет угловое ускорение ε_0. Найти ускорение точки A и угловое ускорение шатуна AB в момент, когда кривошип перпендикулярен шатуну и ускорение ползуна равно нулю.

Решение:



$$\bar{a}_B = \overline{a_A^\tau} + \overline{a_A^n} + \overline{a_{BA}^n} + \overline{a_{BA}^\tau}$$

$$(x):\ 0 = a_A^\tau - a_{BA}^n$$

$$a_A^\tau = \varepsilon_o \cdot r;\ \varepsilon_o \cdot r = \omega_{AB}^2 \cdot l$$

$$\omega_{AB}^2 = \varepsilon_o \cdot \frac{r}{l}$$

$$V_A = \omega_{OA} \cdot r = \omega_{AB} \cdot AP$$

$$AP = l \cdot tg\alpha,\ tg\alpha = \frac{l}{r},\ AP = \frac{l^2}{r}$$

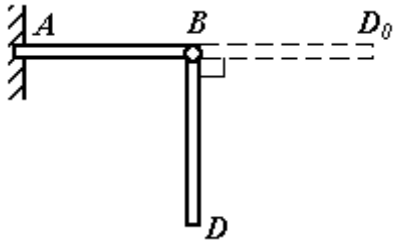
$$\omega_{OA} = \omega_{AB} \cdot \frac{l^2}{r^2}$$

$$a_A^n = \omega_{OA}^2 \cdot r = \varepsilon_o \cdot \frac{r}{l} \cdot \frac{l^4}{r^4} \cdot r = \varepsilon_o \cdot \frac{l^3}{r^2}$$

$$a_A = \sqrt{a_A^n + a_A^\tau} = \sqrt{\varepsilon_o^2 \cdot \frac{l^6}{r^4} + \varepsilon_o^2 \cdot r^2} = \frac{\varepsilon_o}{r^2} \cdot \sqrt{l^6 + r^6}$$

$$(y):\ 0 = a_{BA}^\tau - a_A^n;\ a_{BA}^\tau = a_A^n;\ \varepsilon_{AB} \cdot l = \varepsilon_o \cdot \frac{l^3}{r^2};\ \varepsilon_{AB} = \varepsilon_o \cdot \frac{l^2}{r^2}$$

Пример решения задачи по динамике

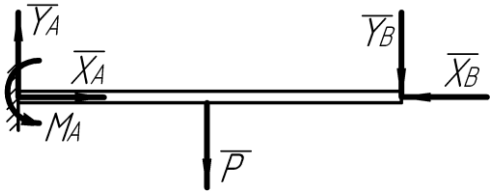


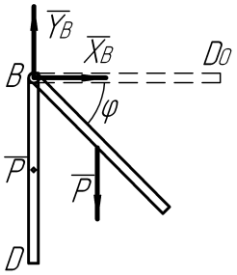
Два однородных прямолинейных стержня AB и BD массы m и длины l; каждый, связаны посредством шарнира B. Определить реакции жесткой заделки A стержня AB, когда опущены без начальной скорости из горизонтального положения BD_0 стержень BD повернется на угол 90° под действием силы тяжести. Трением в шарнире B пренебречь.

Решение:

Рассмотрим вращение BD вокруг оси Z_B. По теореме об изменении кинетической энергии $\frac{m \cdot l^2 \cdot \omega^2}{6} = \frac{m \cdot q \cdot l}{2} \cdot \sin\varphi;\ \omega^2 = \frac{3g}{l} \cdot \sin\varphi.$

Дифференцируя получим $\varepsilon = \frac{3g \cdot \cos\varphi}{2l}$

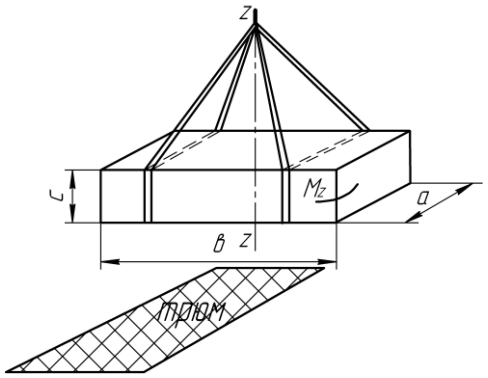




При $\varphi = 90^\circ$, $\omega^2 = \frac{3g}{l}$, $\varepsilon = 0$

По теореме о движении центра масс: $m\bar{a}_C = \overline{P} + \overline{X_B} + \overline{Y_B}$

$$X:\ X_B = 0;\ Y_A = Y_B + mg = \frac{7mg}{2};\ M_A = \frac{mgl}{2} + Y_B l = 3mgl$$



Груз массой $980\ кг$ с размерами $a = 1{,}5\ м$; $b = 2{,}5\ м$; $c = 1{,}75\ м$ необходимо развернуть так, чтобы он вошел в трюм. Момент инерции параллелепипеда $I_z = \frac{m}{12}(a^2 + b^2)$.

1. Определить время, в течение которого груз повернется вокруг оси z на угол $\varphi = \pi/2$ $(рад.)$, если к грузу приложен момент $M = 20\ нм$.

2. Определить необходимый момент для придания грузу через $t = 5\ с$ угловой скорости $0{,}1;с^{-1}$.

Решение:

$$I_{zz} = \frac{m}{12}(a^2 + b^2) = \frac{980}{12}(1{,}5^2 + 2{,}5^2 = 695\ кгм^2). \qquad M_{zz} = I_{zz} \cdot \frac{d\omega}{dt};$$

$$M_{zz}\int_0^t dt = I_{zz}\int_0^\omega d\omega;\ M_{zz} \cdot t = I_{zz} \cdot \omega;\ M_{zz} = \frac{I_{zz} \cdot \omega}{t} = \frac{695 \cdot 0{,}1}{5} = 13{,}9\ нм.$$

$$M_{zz}\int_0^t tdt = I_{zz}\int_0^{\pi/2} d\varphi;\ \frac{M_{zz} \cdot t^2}{2} = I_{zz} \cdot \frac{\pi}{2};\quad t = \sqrt{\frac{I_{zz} \cdot \pi}{M_{zz}}} = \sqrt{\frac{695 \cdot 3{,}14}{200}} = 3{,}3c$$